JOAN BARÓ LLINÀS *

El uso de los cuartiles en la medición de la desigualdad de la renta

1. INTRODUCCION

No está sobradamente extendido el empleo de cuartiles en la fase descriptiva de la estadística, pese a ser medidas convencionales, por tanto muy conocidas, de fácil obtención y que además poseen posibilidades interesantes.

Cabe, por ejemplo, una definición objetiva con clara interpretación estadística

$$F(Q_1) = 0{,}25 \qquad F(M_e) = 0{,}50 \qquad F(Q_3) = 0{,}75$$

en sus puntos se acumula hasta determinada fracción de la masa probabilística, una cuarta parte, la mitad y tres cuartos del total. Por lo que a estimaciones muestrales se refiere presentan pocas alteraciones por cambios en los elementos de la distribución, según el tipo de estudio que se efectúa y sobre todo por el tamaño muestral, así como prescinden de los valores extremos de la serie, cuestión importante si tenemos en cuenta la poca representatividad de los datos anormales en una distribución.

En cualquier caso, la mayoría son características no exclusivas de estas medidas posicionales, para las que el único factor distintivo es la posibilidad de su cálculo a partir de información parcial, lo que de por sí debe ser entendido como suficiente ventaja en muchos casos.

En lo que sigue pretendemos mostrar algunos indicadores, basados en los cuartiles, sin razonar lo que creemos son fórmulas de sobras co-

* Escuela Universitaria de Estudios Empresariales de Barcelona.

nocidas, ni tampoco pretendemos que sustituyen otras medidas, casi siempre más válidas; tan solo con la reseña de aquellos indicadores veremos como es posible apuntar algunas características generales que luego se ven refrendadas por otros coeficientes más empleados.

En todo caso se hará referencia concreta a los cuartiles, bien entendido que todas las expresiones admitirán generalización por cualquier cuantil y que incluso en ocasiones se han tomado fórmulas basadas en deciles u otras divisiones fractílicas que hemos adoptado a los cuartiles. Conviene también aclarar que a los efectos de uniformar el tratamiento nos ceñiremos a distribuciones teóricas para variables continuas, lo que fácilmente es trasladable a distribuciones empíricas.

Como marco de aplicación de estas medidas hemos elegido la distribución de la renta[1], citando la utilización que de ellas se ha hecho para el caso español. En este mismo campo y con el uso exclusivo de los cuartiles hemos estudiado los años 1964, 1967, 1970 y 1974, analizando la situación del reparto en cada período, hasta el límite que permite la simple descripción.

Finalmente conviene aclarar, como parece que es costumbre, que no se discute la calidad de los datos manejados y además que se parte del supuesto tácito que el efecto de las medidas de planificación es inmediato en sus consecuencias sobre la equidad de la distribución, cuestión en la que no profundizamos ni nos preocupa ahora puesto que el único interés estriba en ejemplificar el uso de los cuartiles en la medición de la desigualdad de la renta.

2. Operaciones convencionales con cuartiles

Como es conocido, el promedio es un valor representativo de una serie de observaciones estadísticas; ello exige, al menos a priori, del conocimiento de toda la información existente para proceder al cálculo de un valor central capaz de sustituirla.

Pero dos problemas pueden surgir que desaconsejen las medias basadas en aquella previa exhaustividad: la imposibilidad de disponer de toda la serie estadística o lo que aún es más frecuente que algunos valores observados sean anormales respecto al conjunto; con estas restricciones la mediana puede ser preferible a otros promedios, ya que al ser el centro de la distribución ordenada evita las colas extremas, en las que normalmente se acumulan las cifras estadísticamente raras dentro del

1. Aún cuando no sean conceptos necesariamente iguales, aquí emplearemos indistintamente los términos renta e ingreso.

contexto del estudio; la mediana es pues un recurso alternativo a la media e incluso aconsejable en distribuciones con marcada asimetría, caso de las rentas, donde ésta pierde representatividad.

Con igual argumentación puede dudarse de la eficacia de algunas medidas de dispersión que se basan en valores extremos de la distribución. Si bien es indiscutible la sencillez y rapidez en el cálculo del recorrido también es cierto que se le escapan rasgos importantes que hay entre los extremos de la serie. ¿Acaso por asumir un modelo log-normal en la distribución de los ingresos tiene algún sentido plantearse un recorrido igual a infinito?. Y aún cuando la distribución no fuese teórica, ¿qué valor estadístico puede concederse a las cifras anómalas, más altas o más bajas?. La respuesta a estas cuestiones justifica el porqué del uso extendido de otras medidas de dispersión como la varianza, desviación media, etc.

Con todo y sin necesidad de acudir a otras medidas, podría aprovecharse la comodidad y simplicidad de los recorridos y operaciones análogas, siempre y cuando permitan superar, aunque sólo sea en parte, aquellos inconvenientes.

Con el uso del primer y tercer cuartil prescindimos de la mitad de los datos, en los extremos, ya sea por su magnitud o escasez; diferencias o razones intercuartílicas permiten interpretar la dispersión en la distribución de forma fácil y rápida y además con valores representativos de la serie.

Este es el caso del recorrido intercuartílico que alcanza el 50% central de la distribución

$$Q_3 - Q_1$$

o el aún más empleado recorrido semi-intercuartílico

$$\frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

indicador que viene siendo calculado por Banesto (1980) para la distribución de las rentas en España, por áreas mercadológicas, provincias y entes autonómicos.

También el cociente entre cuartiles

$$\frac{Q_3}{Q_1}$$

que se interpreta como las veces que un valor bajo de la variable (Q_1)

está contenido en un nivel alto (Q_3), ambos equidistantes del centro posicional en un 25% de la densidad probabilística.

Posiblemente sea P. Wiles (1974) quien más haya defendido este indicador en estudios sobre la partición de las rentas; de su obra se desprenden importantes propiedades para el cociente intercuartílico y entre cuantiles, en general, no necesariamente equidistantes a la mediana.

Por lo que a la distribución de los ingresos en España se refiere, autores como A. Alcaide y J. Alcaide (1977), M. Sawyer (1976) o A. Suarez (1978), establecen cocientes entre deciles y quintiles con idénticas propiedades e interpretaciones que en la fracción cuartílica, y es que la significación de la medida es clara al relacionar entre sí unos ciertos umbrales de riqueza y pobreza, comparándose así aquellas dos fronteras en un coeficiente relativo, insensible por tanto a cambios de escala en la variable, ventaja de que no disfrutaba el recorrido intercuartílico.

De todos modos no necesariamente hay que acudir a cuartiles complementarios para estudiar la desigualdad que presenta la variable, aquellas mismas relaciones pueden proporcionar otras nuevas entre M_e y Q_1 ó Q_3. Así D.G. Champernowne (1974) en varios estudios de la distribución personal de los ingresos propone la razón

$$\frac{Q_3}{M_e}$$

para interpretar la porporción existente entre rentas altas (Q_3) y medias (M_e), de la que posteriormente se han inspirado otros autores para el logro de nuevos índices de desigualdad.

Como ya se ha indicado sólo estos cocientes poseen la propiedad de invarianza ante cambios proporcionales en la variable, tal cuestión podría extenderse a los recorridos cuartílicos expresados en relación a la mediana, promedio que como es sabido se presenta en la misma escala

$$\frac{Q_3 - Q_1}{M_e}$$

Pero la descripción del fenómeno y más cuando de la distribución de las rentas se trata, debe complementarse con las características de forma de la función de indudable relevancia para la discusión y análisis posterior.

La deformación vertical u horizontal que puede presentarse en el reparto se estudia habitualmente por las medidas que nos proporcionan

Fisher, Pearson, etc., pero existen otros varios coeficientes que no hacen uso de desviaciones centradas y a esta clase pertenecen los obtenidos por operación entre cuartiles (o cuantiles en general).

Si sustituimos el promedio de los deciles extremos por la media del primer y tercer cuartil, en el sustraendo de la fórmula de Kelley, tendremos

$$M_e - \frac{Q_1 + Q_3}{2} = \frac{(M_e - Q_1) - (Q_3 - M_e)}{2}$$

expresión que es equivalente a la mitad de la discrepancia que presentan las desviaciones de Q_1 y Q_3 con M_e:[2]

Aquella misma discrepancia entre los tres cuartiles Q_1, M_e y Q_3, pero relativo al dominio total de las desviaciones da sentido a otro coeficiente, el de Yule-Bowley

$$\frac{(Q_3 - M_e) - (M_e - Q_1)}{(Q_3 - M_e) + (M_e - Q_1)} = \frac{Q_1 - Q_3 - 2M_e}{Q_3 - Q_1}$$

que presenta la ventaja respecto a otros indicadores de asimetría de ser invariante a cambios de escala en la variable y de quedar acotado entre -1 y 1.

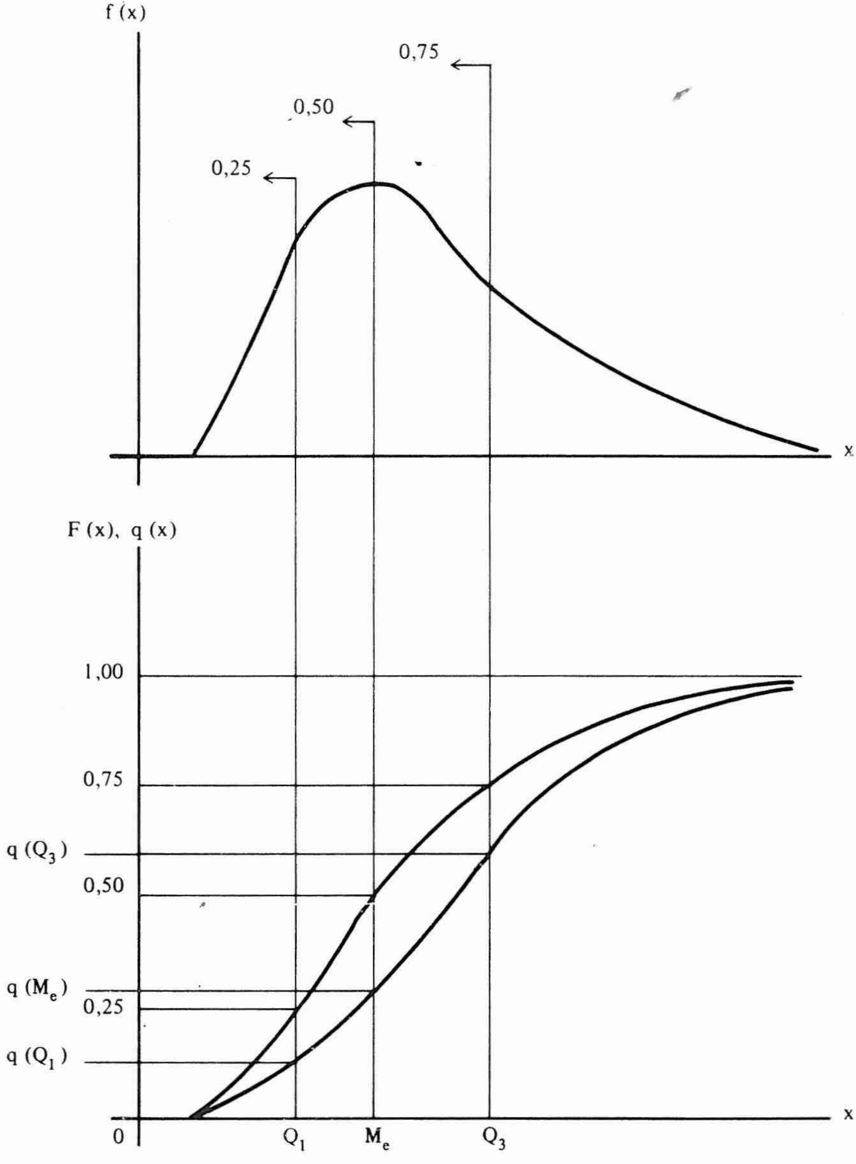
3. Operaciones con funciones en los cuartiles

Del mismo modo que con puntos notables de la variable, como son los cuartiles o en general cualquier cuantil, podemos también ayudarnos de las funciones del modelo de probabilidad en aquellos puntos para aproximarnos a la descripción de la distribución.

Nos referimos a las funciones convencionales, válidas para las variables continuas, pero que tienen su paralelo en el campo discreto. A partir de la función de intensidad probabilística f (x), deducimos las de distribución F (x) y masa acumulativa de renta q (x) (ver gráfica núm. 1).

2. El mismo Kelly utiliza como medida de curtosis el cociente entre recorridos cuartílico y decílico, del modo

$$\frac{Q_3 - Q_1}{d_q - d_1}$$



GRAFICA 1

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\, dx$$

$$q(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{x}{m} f(x)\, dx \qquad (3)$$

Si continuamos con el último grupo de medidas propuesto tenemos que una idea intuitiva de la asimetría en el reparto nos la proporciona la comparación de la función de densidad en el primer y tercer cuartil, de modo que, sin ser ello definitivo, podría apuntarse que

$f(Q_1) > f(Q_3)$	Asimetría hacia la derecha
$f(Q_1) < f(Q_3)$	Asimetría hacia la izquierda
$f(Q_1) = f(Q_3)$	Simetría

También, para el estudio del apuntamiento puede bastar con comparar la densidad del primer y tercer cuartil con el valor que presenta en la mediana, mediante alguna relación que admitiera con la ley normal por ejemplo.

En cualquier caso estas no son formas habituales en la estadística y evitaremos pues un mayor detalle, simplemente se ha pretendido reseñar una primera aproximación a algunas características estadísticas de interés.

3.1. *Operaciones inspiradas en estratificaciones socioeconómicas*

Otras normas más usuales de medida emplean F (x) y q (x) en los valores cuartílicos de la variable. La mayoría de estas fórmulas se han inspirado en índices convencionales entre los economistas y que aquí reseñamos ciñiéndonos a la división en cuartiles de la distribución.

Especialmente utilizado en cualquier tipo de estratificación (provincias, profesiones, niveles culturales, etc.) es el índice de paridad, como ciente entre porcentajes dentro de un mismo estrato de masas probabilística y de variable. Para el estudio del reparto de rentas tendríamos

3. La verdadera interpretación económica de q (x) viene dada para $x > 0$.

$$\frac{\text{Porcentaje de hogares de un grupo}}{\text{Porcentaje de renta del grupo}}$$

Con referencia a las rentas española sólo existen algunos cálculos efectuado por M. Sawyer (1976) para una partición por categorías sociales en 1974.

Trasladando esta idea a intervalos concretos entre cuartiles y más exáctamente entre Q_3 y Q_1, nos permitirá considerar la relación que presenta la frecuencia y la masa de variable en el 50% central de la distribución

$$P = \frac{F(Q_3) - F(Q_1)}{q(Q_3) - q(Q_1)} = \frac{1}{2\,[q(Q_3) - q(Q_1)]}$$

A este mismo grupo pertenece el índice de disparidad, cuya expresión general dentro del marco en que nos desenvolvemos respondería a

$$\frac{\text{Porcentaje de población} - \text{Porcentaje de renta}}{\text{Porcentaje de población} + \text{Porcentaje de renta}}$$

expresión que aplicada a una estratificación regional ha sido utilizada por la Confederación Española de Cajas de Ahorros (1968) en un estudio llevado a cabo en 1966.

Trasladado el índice a una acotación cuartílica, el 50% central de la distribución, se traduciría en

$$D = \frac{[F(Q_3) - F(Q_1)] - [q(Q_3) - q(Q_1)]}{[F(Q_3) - F(Q_1)] + [q(Q_3) - q(Q_1)]} =$$

$$= \frac{1 - 2[q(Q_3) - q(Q_1)]}{1 + 2[q(Q_3) - q(Q_1)]}$$

Admitiendo esta expresión, al igual que la anterior, aplicaciones a otros recorridos cuartílicos, no presentando excesiva dificultad de cálculo y sobre todo cómoda interpretación estadística.

En ambos casos un incremento del coeficiente denota más desigualdad, siendo casos extremos

Equidad: $P = 1$ y $D = 0$
Máxima concentración: $P = \infty$ y $D = 1$

Ligadas las expresiones mediante las relaciones

$$D = \frac{P-1}{P+1} \qquad y \qquad P = \frac{1+D}{1-D}$$

de cómoda demostración.

Las operaciones llevadas a cabo en los cuartiles no se agotan en las aplicaciones que hemos ido viendo sino que admiten bastantes más usos en la descripción de la distribución. Una operación poco empleada pero de gran eficacia y sentido estadístico la constituye la suma de las desviaciones de los incrementos de masa de renta en cada cuartil (o cuantil en general) respecto a 0,25 (o proporción correspondiente) y dada en términos absolutos

$$\sum_{i=1}^{4} |q'(Q_1) - 0{,}25|$$

donde $q'(Q_1)$ es la fracción de masa de variable acumulada entre los cuartiles i y i–1, siendo 0,25 el tanto unitario de equilibrio

$$q'(Q_i) = q(Q_i) - q(Q_{i-1})$$

interpretándose en el ejemplo de las rentas, como los ingresos disfrutados por determinado 25% de la población.

La suma de desviaciones puede extenderse a otros cuantiles y para ello bastaría con cambiar las notaciones, pero siempre reflejando las desviaciones absolutas entre los porcentajes de renta que se poseen y los porcentajes de individuos que incluyen. Así, una variante de aquella expresión la desarrolla el Instituto Nacional de Estadística (1975) a partir de una división decílica de los ingresos por hogar, y aún sólo agregando las desviaciones positivas, lo que en realidad equivale a la mitad del coeficiente. Trasladando esta idea a la partición cuartílica tendremos

$$\sum_{q'(Q_i) > 0{,}25} (q'(Q_i) - 0{,}25)$$

expresión que coincide con

$$0{,}5 - q(M_e)$$

a la que tendremos ocasión de volvernos a referir como distancia notable en el diagrama de Lorenz.

En cualquier caso, es justo la mitad de la expresión resultante al aplicar la fórmula inicial, tanto al fraccionar en cuatro como en dos la distribución.

$$\sum_{i=1}^{4} |q'(Q_i) - 0{,}25| = \sum_{i=1}^{2} |q'(Q_{2i}) - 0{,}5| = 1 - 2.q\,(M_e)$$

pudiendo, una vez más, razonar que aumentos en la medida indican incrementos de la desigualdad, oscilando entre casos límite de 0 y 1.

Otra expresión conocida corresponde a la división decílica de Minkowski, computándose las distancias de los valores de la variable en cada decil, a excepción del último, respecto al centro de gravedad; si ello lo traducimos a la partición cuartílica, centrando respecto a la mediana, nos llevaría al recorrido intercuartílico, efectivamente

$$\sum_{i=1}^{3} |Q_i - M_e| = Q_3 - Q_1$$

3.2. *Operaciones con distancias notables en la curva de concentración*

Las medidas clásicas de las distribuciones estadísticas univariantes poseen todas ellas un significado claro que justifica su empleo en cada circunstancia; a veces se trata de simples valores representativos, otras veces lo que se mide es la dispersión de los datos e incluso permiten calcular el nivel de deformación que presenta la serie; pero sin duda la medida de desigualdad de la variable nos la proporciona el estudio de la concentración.

Posiblemente la dispersión apunte criterios más válidos que otros índices, pero sólo el grado de concentración incide directamente en la problemática del reparto al analizar la posesión de la masa global de los ingresos entre sus perceptores.

Así entendida la desigualdad, pueden compararse participaciones de la renta total con las de la población, advirtiéndose no sólo diferentes clases sociales sino también la distancia que las separa en cuanto al potencial económico de que disponen. Un porcentaje de población se sitúa en determinada posición de renta, del mismo modo que para cada acumulación de individuos hay un montante de ingresos disfrutados; la discusión de esta concentración es lo que ahora nos proponemos aportando nuevos coeficientes.

Sin necesidad de acudir al índice de concentración por excelencia, la medida de Gini, y a partir del propio diagrama de Lorenz se está en condiciones de cuantificar la desigualdad en el reparto con la sola utilización de los cuartiles.

Si en la gráfica 2, el área que separa la función efectiva del reparto de la equidistribución o el grado de convexidad de aquella son elementos para la discusión del grado de concentración, también podemos aproximarnos a aquellas cuestiones midiendo, por ejemplo distancias entre aquellas dos líneas en los valores que la función de distribución presenta en cada cuartil.

La expresión más cómoda responde a la distancia que separa a las funciones de distribución y acumulación de renta en la mediana, d_2 en la figura 2

$$d_2 = 0{,}5 - q\,(M_e)$$

medida ya propuesta anteriormente por otra vía y que sugiere la posibilidad de ser aplicada en otros cuartiles. Así con d_1 y d_3 damos sentido a un nuevo indicador de la concentración mediante promedio

$$\frac{d_1 + d_3}{2} = \frac{1}{2} - \frac{q\,(Q_1) + q\,(Q_3)}{2}$$

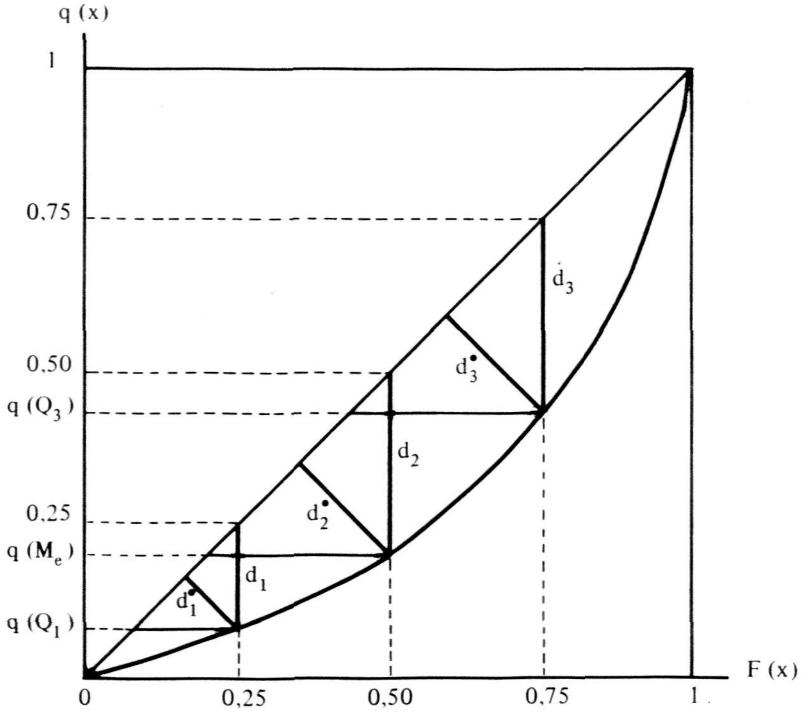
media que bien pudo haberse extendido al elemento d_2.

Si las distancias que venimos considerando como perpendiculares a la abcisa, son tomadas como las más cortas entre aquellas dos funciones, obtendremos los segmentos d, ver figura 2, que en el centro posicional de mediana responderá a

$$\dot{d_2} = \frac{0{,}5 - q\,(M_e)}{2^{1/2}}$$

expresión ligada linealmente con d_2 y que ampliada a otros puntos nos dará $\dot{d_1}$ y $\dot{d_3}$, cuyo promedio ha de facilitar, también intuitivamente, el estudio de la concentración

$$\frac{\dot{d_1} + \dot{d_3}}{2} = \frac{1}{2^{3/2}} - \frac{q\,(Q_1) + q\,(Q_3)}{2^{3/2}}$$


q (x)
1
0,75
0,50
q (Q_3)
0,25
q (M_e)
q (Q_1)
0
0,25
0,50
0,75
1
F (x)
d_1
$d_1^{\bullet}$
d_2
$d_2^{\bullet}$
d_3
$d_3^{\bullet}$

— GRAFICA 2 —

Medida ligada asimismo con la anterior expresión encontrada, tratándose en ambos casos de un promedio de desviaciones de concentración para dos situaciones equidistantes a los extremos y al centro posicional en un 25% de la masa de probabilidad.

4. APLICACION AL CASO ESPAÑOL. EL "DESARROLLO" ECONOMICO

Hasta ahora hemos ido reseñando el uso que de los cuartiles puede hacerse para cualquier estudio descriptivo y más concretamente las aplicaciones de que han sido objeto como medida en el reparto de los ingresos.

En esta última línea, nos proponemos ilustrar el empleo de algunas de las medidas apuntadas concretándonos en la distribución personal de la renta en España durante los tres primeros planes de desarrollo con también la pretensión de mostrar, cuestión suficientemente demostrada ya, que el tal "desarrollo" lejos de acercarnos a una más justa partición de los ingresos, aumentó la desigualdad en el país, durante los dos primeros años de planificación y que en todo caso no afectó de igual modo a las diferentes clases sociales en cualquiera de los planes. Este es, sin duda, uno de los precios más altos del "milagro" económico español.

Para ello vamos tan sólo a limitarnos a cinco indicadores, los que a nuestro entender son más válidos para cuantificar la desigualdad o la concentración en la distribución, por su cómoda interpretación, por no verse afectados por la unidad de medida, por permitir la comparación temporal, etc.; cuestiones todas estas que cumplen diversas medidas, pero dada la estrecha vinculación que hay entre algunas de ellas y por tanto una redundancia en la interpretación de sus resultados, hemos querido limitar a unas pocas: el cociente intercuartílico, el recorrido entre cuartiles relativo a la mediana, el índice de disparidad, el doble de la distancia d_2 en el diagrama de Lorenz y la media aritmética de las distancias d_1 y d_3 en este mismo diagrama.

Nos situaremos en la distribución empírica de las rentas de los años 1964, 1967, 1970 y 1974, arrancando en el primer plan de desarrollo para finalizar con el tercero, justo cuando empieza la crisis económica que acaba con algo más de diez años de características relativamente uniformes y con permanencias estructurales que ayudan en cualquier análisis estadístico, permanencias estructurales que es exactamente lo contrario que tiene que darse en un verdadero desarrollo.

Nuestra fuente documental son las valiosas reestimaciones de A. Alcaide y J. Alcaide (1977) de las encuestas de presupuestos llevadas a cabo por el Instituto Nacional de Estadísticas y que en su última revisión nos proporcionaban la siguiente tabla:[4]

Ingresos medios anuales en miles de ptas.	1964		1967		1970		1974	
	%hog/	%rent	%hog/	%rent	%hog/	%rent	%hog/	%rent
Hasta 60	46,05	22,15	20,12	5,83	13,37	3,01	3,26	0,34
de 60 a 120	38,47	34,85	49,66	30,80	39,20	18,61	8,98	2,10
de 120 a 180	8,67	12,16	16,27	16,62	24,31	18,89	13,04	4,75
de 180 a 240	2,96	6,05	6,48	9,48	11,44	12,67	18,18	9,54
de 240 a 500	2,67	8,82	5,14	13,15	8,54	16,94	42,43	38,87
de 500 a 1000	0,79	6,02	1,46	7,52	1,92	7,49	11,09	17,82
de 1000 a 2000	0,26	4,01	0,58	5,71	0,80	6,34	1,75	6,55
de 2000 a 5000	0,10	2,79	0,21	4,36	0,30	4,81	0,89	6,90
más de 5000	0,03	3,15	0,08	6,53	0,12	11,24	0,38	13,13

Para estos cuatro años considerados hemos estimado por simple interpolación lineal los cuartiles así como el valor que presenta la función acumulada de masa relativa de renta en aquellos puntos,[5] consiguiendo

	1964	1967	1970	1974
Q_1	39,73	65,89	77,80	178,71
M_e	65,14	96,10	116,06	280,07
Q_3	97,72	139,25	175,36	433,26
q (Q1)	8,90 %	8,85 %	8,53 %	7,08 %
q (M_e)	25,13 %	24,36 %	20,39 %	22,72 %
q (Q_3)	44,05 %	41,96 %	39,04 %	42,63 %

4. Véase la segunda parte del estudio citado, que corresponde exclusivamente a J. Alcaide.

5. Para el cálculo de Q_1 y q (Q_1) de 1964 se han tenido en cuenta distribuciones con más detalle para niveles bajos del ingreso.

De lo que se deducen los siguientes resultados para las cinco medidas elegidas en el análisis de la desigualdad.

	1964	1967	1970	1974
Q_3/Q_1	2,45	2,11	2,25	2,42
$\dfrac{Q_3 - Q_1}{M_e}$	0,89	0,76	0,84	0,90
$1 - 2q\,(M_e)$	0,49	0,51	0,60	0,54
$\dfrac{1 - 2\,[\,q\,(Q_3) - q\,(Q_1)\,]}{1 + 2\,[\,q\,(Q_3) - q\,(Q_1)\,]}$	0,17	0,20	0,24	0,16
$\dfrac{1}{2} - \dfrac{q\,(Q_3) + q\,(Q_1)}{2}$	0,23	0,24	0,26	0,25

A partir de esta información pretendemos, en la medida que lo permita la fase descriptiva del método estadístico, analizar la situación del reparto de las rentas en España después de cada uno de los tres primeos planes de desarrollo.

4.1. *Conclusiones relativas al primer plan de desarrollo*

Que en 1967, respecto a 1964, la desigualdad había aumentado, es un hecho incuestionable, bastaría con acudir a indicadores más convencionales que los aquí reseñados para confirmarlo. Y así se pone de manifiesto en las tres medidas que inciden en la concentración; no así en cambio en el cociente intercuartílico o el recorrido relativo cuyos valores lejos de aumentar, han disminuido.

Ello admite como explicación que pese a este aumento de la desigualdad global, la brecha que separa a los ricos de los pobres,[6] ha dis-

6. Sin pretender ninguna clasificación económica ni mucho menos sociológica y tan sólo por comodidad en la exposición hemos agrupado los hogares de acuerdo con

.../...

minuido; y esto es así porque el límite de la pobreza aumentó más que el de la riqueza, mientras que el centro posicional lo hacía a una tasa intermedia.

$$\frac{Q_1\ (1976)}{Q_1\ (1964)} = 1{,}65 \qquad \frac{M_e\ (1967)}{M_e\ (1964)} = 1{,}47$$

$$\frac{Q_3\ (1967)}{Q_3\ (1964)} = 1{,}42$$

Así, frente a un salto del 65% para Q_1, en este mismo período Q_3 solo se incrementaba en un 42%, siendo el 47% el incremento de M_e.

Pero en cualquier caso la clase baja del país veía ligeramente reducida su participación en renta, al igual que la clase media, cuando por el contrario las clases más altas se veían favorecidas con más poder relativo de ingresos, efectivamente

	1964	**1967**
$q\ (Q_1)$	8,90%	8,85%
$q\ (Q_3) - q\ (Q_1)$	35,15%	33,11%
$1 - q\ (Q_3)$	55,95%	58,04%

En síntesis pues, se producía un aumento de la desigualdad en el reparto ya que pese a haberse reducido las distancias entre las diferentes clases sociales, la evolución habida en la fracción del ingreso disfrutada era netamente favorable para los más ricos, el 25% de los hogares mejor situados, era algo inferior para la clase baja y sensiblemente menor para la gran clase media.

.../...

intervalo al que pertenecen	clase	
hasta Q_1	baja	
de Q_1 a M_e	media-baja	media
de M_e a Q_3	media-alta	
a partir de Q_3	alta	

4.2. *Conclusiones relativas al segundo plan de desarrollo*

Es después del segundo plan de desarrollo cuando se alcanza la mayor desigualdad en la distribución de los ingresos españoles para el período considerado y así lo confirman todas las medidas a la hora de comparar la situación de 1967 con la de 1970.

Pero es que además la distancia que separa a las dos clases sociales extremas sigue aumentando, respecto a 1964, tomando de nuevo una posición intermedia, el ritmo de variación de M_e.

$$\frac{Q_1\ (1970)}{Q_1\ (1967)} = 1{,}18 \qquad \frac{M_e\ (1970)}{M_e\ (1967)} = 1{,}20$$

$$\frac{Q_3\ (1970)}{Q_3\ (1967)} = 1{,}25$$

Frente al 18% de incremento en el umbral de la "pobreza", 25% de los hogares con menos renta, el centro de la distribución de los hogares con menos renta, el centro de la distribución de los hogares ordenada por ingresos lo hacía en un 20%, mientras que el límite para alcanzar lo que venimos denominando clase alta lo hacía en un 25%.

Por otro lado las masas de renta incluídas en cada una de estas categorías evolucionaban en el mismo sentido que lo habían hecho en el primer plan de desarrollo.

	1967	**1970**
$q\ (Q_1)$	8,85%	8,53%
$q\ (Q_3) - q\ (Q_1)$	33,11%	30,51%
$1 - q\ (Q_3)$	58,04%	60,96%

Mientras que las clases bajas y media veían disminuir su participación en el "pastel" en un 0,32% y 2,60% del total, la clase alta la aumentaba en un 2,92% de la renta global; y aun por lo que a la clase media se refiere, en la partición clase media-baja y clase media-alta, tenemos

	1967	1970
$q(M_e) - q(Q_1)$	15,51%	11,86%
$q(Q_3) - q(M_e)$	17,60%	18,65%

lo que apunta en el mismo sentido que comentábamos que a medida que se ganan escalones de renta la fracción del total que se consigue y que se va a conseguir es mayor.

En conclusión, pués, todas las medidas y características analizadas apuntan, sin lugar a dudas, un incremento de la desigualdad en España después de un segundo plan de desarrollo que además de económico empieza a llamársele social.

4.3. *Conclusiones relativas al tercer plan de desarrollo*

Los resultados que se derivan del tercer plan son justo opuestos a los que se producen una vez finalizado el primer plan de desarrollo. Mientras que los tres indicadores básicos de desigualdad han experimentado una reducción, lo que tiene que interpretarse como una tendencia hacia la equidad, las operaciones del cociente intercuartílico y el recorrido relativo ven incrementadas sus cifras.

Efectivamente en 1974 respecto a 1970, el bache $Q_3 - Q_1$ aumentó en una proporción mayor a lo normal, tal y como revelan Q_3/Q_1 y $Q_3 - Q_1/M_e$ lo que debe interpretarse como que la distancia entre las dos clases sociales opuestas ha aumentado y esto mismo se observa cuando indicamos los cuartiles.

$$\frac{Q_1\ (1974)}{Q_1\ (1970)} = 2{,}29 \qquad \frac{M_e\ (1974)}{M_e\ (1970)} = 2{,}41$$

$$\frac{Q_3\ (1974)}{Q_3\ (1970)} = 2{,}47$$

Así, en estos cuatro años, los cuartiles primero y tercero experimentaban aumentos respectivos del 129% y 147%, siendo para la mediana un 14% de aumento.

Con todo la desigualdad se redujo y no sólo a costa de los "ricos" sino también de los pobres lo cual ha tenido como efecto una mejora en las posiciones relativas de la gran clase media, las rentas encuadradas entre Q_1 y Q_3, efectivamente

	1970	**1974**
$q(Q_1)$	8,53%	7,08%
$q(Q_3) - q(Q_1)$	30,51%	35,55%
$1 - q(Q_1)$	60,96%	57,37%

Las disminuciones en la fracción de renta total del 1,45% y del 3,59% sufridas por las clases sociales extremas, son absorbidas por la clase media (media–baja y media–alta) que incrementa su participación en un 5,04%.

A modo de resumen y para comparar la evolución en la participación relativa de renta de cada uno de los grupos en los tres planes de desarrollo, veamos el siguiente cuadro

	Primer Plan	**Segundo Plan**	**Tercer Plan**
Clase baja	disminución	disminución	disminución
Clase media-baja	disminución	disminución	aumento
Clase media-alta	disminución	aumento	aumento
Clase media	disminución	disminución	aumento
Clase alta	aumento	aumento	disminución

Lo que pone de manifiesto para este tercer plan, un freno en la escalada hacia mayores índices de desigualdad, sin alcanzar los mínimos de concentración de 1964. Bueno será comprobar si esta tendencia ha persistido en los años de la transición política y de la crisis económica, para ello habrá que esperar estadísticas fiables de los últimos años 70 o primeros 80.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

A. ALCAIDE y J. ALCAIDE. (1977): "Distribución personal de la renta en España y en los países de la O.C.D.E.". Hacienda Pública Española. Núm. 47.

BANESTO. (1980 y años anteriores): "Anuario del Mercado Español".

CONFEDERACION ESPAÑOLA DE CAJAS DE AHORROS. (1968): "Comportamiento y actitudes de las economías domésticas hacia el ahorro y el consumo".

D. G. CHAMPERNOWNE. (1974): "A Comparation of measures of inequality of income distribution". Economic Journal. Núm. 84.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA. (1974 y años anteriores): "Encuesta de presupuestos familiares".

M. SAWYER. (1976): "La repartition des revenues dans les pays de l'OCDE". Perspectives Economiques de l'OCDE.

A. SUAREZ (1978).: "Ponencia sobre Conciencia cristiana y distribución de la renta".

P. WILES. (1974): "Distribution of income: East and West". North Holland.